CURSO TÉCNICO EM SEGURANÇA DO TRABALHO

# 02

# MATEMÁTICA

## Regra de três

Elizabete Alves de Freitas

**Governo Federal**
**Ministério da Educação**

**Projeto Gráfico**
Secretaria de Educação a Distância – SEDIS

**EQUIPE SEDIS | UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO NORTE – UFRN**

**Coordenadora da Produção dos Materias**
Marta Maria Castanho Almeida Pernambuco

**Coordenador de Edição**
Ary Sergio Braga Olinisky

**Coordenadora de Revisão**
Giovana Paiva de Oliveira

**Design Gráfico**
Ivana Lima

**Diagramação**
Ivana Lima
José Antônio Bezerra Júnior
Mariana Araújo de Brito
Vitor Gomes Pimentel

**Arte e ilustração**
Adauto Harley
Carolina Costa
Heinkel Huguenin

**Revisão Tipográfica**
Adriana Rodrigues Gomes

**Design Instrucional**
Janio Gustavo Barbosa
Luciane Almeida Mascarenhas de Andrade
Jeremias Alves A. Silva
Margareth Pereira Dias

**Revisão de Linguagem**
Maria Aparecida da S. Fernandes Trindade

**Revisão das Normas da ABNT**
Verônica Pinheiro da Silva

**Adaptação para o Módulo Matemático**
Joacy Guilherme de Almeida Ferreira Filho

**Revisão Técnica**
Rosilene Alves de Paiva


# Você verá por aqui...

...um processo de resolução de problemas, muito utilizado na Matemática, que pode ser aplicado em situações que envolvem o cálculo de um termo desconhecido e a relação de proporcionalidade entre duas ou mais grandezas. Esse processo de resolução, chamado de **regra de três**, pode ser classificado em regra de três simples ou regra de três composta, de acordo com o número de grandezas envolvidas. Esse processo também pode ser utilizado como um segundo método para calcular porcentagens.

Em nossa aula, disponibilizamos para você algumas atividades após cada bloco de conteúdos para que seja possível a aplicação imediata dos conhecimentos recém estudados e, ao final da aula, uma lista de exercícios com questões objetivas, envolvendo todos os assuntos desenvolvidos na aula.

Leia atenciosamente cada conteúdo e responda às questões correspondentes. Caso surja alguma dúvida, procure refazer seus cálculos com calma e, se necessário, entre em contato com o seu tutor.

## Objetivo

- Perceber regra de três como um problema que envolve duas ou mais grandezas.
- Classificar em diretamente proporcionais ou inversamente proporcionais duas grandezas envolvidas em um problema.
- Identificar uma regra de três simples.
- Classificar uma regra de três que envolve duas grandezas como regra de três simples direta ou regra de três simples inversa.
- Identificar uma regra de três composta.
- Resolver problemas pelo processo de regra de três.

# Para começo de conversa...

Sara e Rita são duas crianças que vivem fazendo apostas para ver quem sabe mais.

Certo dia, quando voltavam da escola, Sara, a mais velha, disse:

– Duvido que você consiga medir a altura daquele poste.

Rita, a mais nova, nem tremeu e falou:

– Essa é fácil... Vou lhe responder em alguns minutos...

Puxando uma régua da bolsa da escola, Rita mediu um palito de picolé que encontrou no chão. Colocou o palito de picolé na vertical e também mediu a sombra que ele projetava no chão. Anotou essas medidas e foi medir a sombra do poste com uma fita métrica que sua mãe lhe emprestou para usar nas aulas de Matemática. Voltou para o caderno e fez algumas continhas. Logo, gritou:

– O poste mede três metros e meio.

– Como foi que você fez isso? – perguntou Sara.

– Foi um jeitinho que minha tia me ensinou. Ela tem um livro que tem muitos problemas que são resolvidos dessa forma – respondeu Rita.

– Me diz como é... Eu também quero saber – exigiu Sara.

E saíram falando de outras situações que podem ser resolvidas por um processo muito utilizado na Matemática, chamado de **regra de três**.


# Pensando a regra de três

Nesta aula, veremos um processo de resolução de problemas, muito utilizado na Matemática, que aplica a relação de proporcionalidade entre grandezas. Esse processo de resolução de problemas recebe o nome de **regra de três.**

Quando um problema apresenta exatamente duas grandezas, o processo de resolução recebe o nome de **regra de três simples**. Quando envolve três grandezas ou mais recebe o nome de **regra de três composta**.

## Regra de três simples

Uma regra de três simples pode ser classificada em direta ou inversa, de acordo com a relação de proporcionalidade existente entre as grandezas envolvidas.

## Regra de três simples direta

Em uma **regra de três direta,** as grandezas são diretamente proporcionais entre si. Lembre-se de que podemos classificar duas grandezas em **diretamente proporcionais** se as duas variam no mesmo sentido, ou seja, quando uma aumenta, a outra também aumenta ou quando uma diminui, a outra também diminui. Por exemplo, **distância percorrida e tempo** são grandezas diretamente proporcionais, pois quanto maior uma distância, maior o tempo gasto ao percorrê-la.

Vejamos alguns exemplos desse tipo de regra de três:

### Exemplo 1

Se $30$ metros de tecido custam R$ $318{,}00$, quanto custará uma peça com $5$ metros desse mesmo tecido?

Vamos adotar alguns passos para a resolução:

**Solução:**

**1º. passo:** Organizar os dados em um quadro de comparação das grandezas.

| Comprimento (m) | Preço (R$) |
|---|---|
| $30$ | $318$ |
| $5$ | $x$ |

**Representamos o valor que se quer determinar por uma variável. Nesse caso $x$.**

**2º. passo:** Devemos analisar a variação das grandezas, indicando o sentido dessa variação.

Se o comprimento diminui, o que ocorre com o preço? Para uma quantidade menor de tecido, temos um preço também menor, ou seja, quando uma grandeza varia, a outra também varia no mesmo sentido.

| (+) | Comprimento (m) | Preço (R$) | (+) |
|---|---|---|---|
| | $30$ | $318$ | |
| (–) | $5$ | $x$ | (–) |

Estamos usando setas indicativas para observar a variação de uma grandeza em relação à outra. As setas podem partir do menor para o maior valor ou, ao contrário, do maior valor para o menor. Não há obrigatoriedade para essa indicação, porém você deve estabelecer um padrão para todos os pares de grandezas. Em nossas aulas, vamos utilizar a direção do menor para o maior.

**3º. passo:** Escrever e resolver uma proporção com os dados.

Quando a regra de três simples envolve grandezas diretamente proporcionais, escrevemos a proporção diretamente do quadro de comparação.

A proporção formada, para o nosso exemplo, é: $\frac{30}{5} = \frac{318}{x}$ (Eq. 01)

Utilizando a propriedade fundamental das proporções, temos:

$$30 \cdot x = 318 \cdot 5 \Rightarrow 30\ x = 1\ 590 \Rightarrow x = 1\ 590 \div 30 \Rightarrow x = 53$$

**4º. passo:** Elaborar uma resposta, de acordo com o que se pede no problema.

**Resposta:** Cinco metros desse mesmo tecido custariam R$ $53{,}00$.

## Observe que, nos problemas de regra de três,

- as quantidades correspondentes a uma mesma grandeza devem ser expressas em uma mesma unidade de medida.
- geralmente, consideramos condições idênticas. Em um problema que envolva operários e número de peças produzidas, por exemplo, consideramos que os operários produzam igualmente e que as condições de trabalho também sejam iguais para todos eles.

## Exemplo 2

Se $18$ operários produzem $378$ peças por dia de determinado produto, quantas peças seriam produzidas se essa linha de produção contasse com $25$ operários?

**Solução:**

**1º. passo:** Organize os dados por grandeza. Assim, teremos um quadro de comparação das grandezas.

| Operários | Nº de Peças (Unidades) |
|---|---|
| $18$ | $378$ |
| $25$ | $x$ |

**2º. passo:** Analise a variação das grandezas, indicando o sentido dessa variação.

| (–) ↓ (+) | Operários | Nº de Peças (Unidades) | (–) ↓ (+) |
|---|---|---|---|
| | $18$ | $378$ | |
| | $25$ | $x$ | |

Se o número de operários aumenta, o que ocorre com o número de peças a serem produzidas? Para um número maior de operários, temos um número de peças que também será maior, ou seja, quando uma grandeza varia a outra também varia no mesmo sentido.

Lembre-se: estamos utilizando as setas de indicação do valor menor para o valor maior de cada grandeza.

**3º. passo:** Escreva e resolva uma proporção com os dados.

Nesse caso, a proporção formada será $\frac{18}{25} = \frac{378}{x}$ (Eq. 02)

Aplicando a propriedade fundamental das proporções, temos:

$$18 \cdot x = 318 \cdot 25 \Rightarrow 18\ x\ = 9\ 450 \Rightarrow x = 9\ 450 \div 18 \Rightarrow x = 525$$

**4º. passo:** Elabore uma resposta, de acordo com o que se pede no enunciado do problema.

**Resposta:** Vinte e cinco operários produziriam $525$ peças desse produto por dia.

## Praticando... 1

1. Um operário recebe R$ $920{,}00$ por sua produção em $20$ dias de trabalho. Sob as mesmas condições, quanto receberá pelo que produzir em $45$ dias?

2. Em uma fazenda, em $30$ dias, são utilizadas $1{,}2$ toneladas de ração para alimentar os animais. Qual é a quantidade necessária para alimentar os mesmos animais em $7$ dias?

3. Em uma empresa, $20$ funcionários produzem $5\ 000$ peças por semana. Quantas peças seriam produzidas semanalmente, se para essa produção contassem com $36$ funcionários?

### Responda aqui

## Regra de três simples inversa

Em uma **regra de três simples inversa**, uma das grandezas é inversamente proporcional à outra.

Lembre-se de que podemos classificar duas grandezas em **inversamente proporcionais** se as duas variam em sentido contrário, ou seja, quando uma aumenta, a outra diminui. Por exemplo, **velocidade média e tempo** são grandezas inversamente proporcionais, pois quanto maior for a velocidade média ao percorrer certa distância, menor será o tempo gasto nesse percurso.

## Exemplo 3

Se $3$ operários fazem uma obra em $20$ dias, em quantos dias $12$ operários fariam a mesma obra?

**1º. passo:** Organizar os dados em um quadro de comparação das grandezas.

| Operários | Tempo (dias) |
|---|---|
| $3$ | $20$ |
| $12$ | $x$ |

**2º. passo:** Analisar a variação das grandezas, indicando o sentido dessa variação.

Se o número de operários aumenta, o número de dias para realizar o mesmo trabalho diminui. Logo, as grandezas são inversamente proporcionais.

**3º. passo:** Escrever e resolver uma proporção com os dados.

Nesse caso, com duas grandezas inversamente proporcionais, precisamos escrever as razões de forma que as setas indicativas estejam apontando no mesmo sentido. Podemos inverter a primeira ou a segunda razão. Aqui, vamos inverter a segunda razão. Assim, a proporção formada será

$$\frac{3}{12} = \frac{x}{20} \qquad \text{(Eq. 03)}$$

Aplicando a propriedade fundamental das proporções, temos:

$$12 \cdot x = 3 \cdot 20 \Rightarrow 12\ x = 60 \Rightarrow x = 60 \div 12 \Rightarrow x = 5$$

**4º. passo:** Elabore uma resposta, de acordo com o que se pede no problema.

**Resposta:** Doze operários fariam a mesma obra em $5$ dias.

## Exemplo 4

Em uma pequena empresa, $18$ funcionários trabalham durante $5$ dias para produzir um lote de peças. Quantos dias serão necessários para produzir o outro lote de peças (idêntico ao primeiro) se para isso só tiverem disponíveis $15$ funcionários?

**Solução**

**1º. passo:** Organizar os dados em um quadro de comparação das grandezas.

| Funcionários | Tempo (dias) |
|---|---|
| $18$ | $5$ |
| $15$ | $x$ |

**2º. passo:** Analisar a variação das grandezas, indicando o sentido dessa variação.

| (+) Funcionários | Tempo (dias) (−) |
|---|---|
| $18$ | $5$ |
| (−) $15$ | $x$ (+) |

Se o número de funcionários diminui, o número de dias para produzir um lote idêntico ao anterior aumenta. Logo, as grandezas são inversamente proporcionais.

**3º. passo:** Escreva e resolva uma proporção com os dados.

Invertendo a segunda razão, para que as setas indicativas apontem no mesmo sentido, a proporção formada será

$$\frac{18}{15} = \frac{x}{5} \qquad \text{(Eq. 04)}$$

Aplicando a propriedade fundamental das proporções, temos:

$$15 \cdot x = 18 \cdot 5 \Rightarrow 15x = 90 \Rightarrow x = 90 \div 15 \Rightarrow x = 6$$

**4º. passo:** Elabore uma resposta, de acordo com o que se pede no enunciado do problema.

**Resposta:** Quinze operários produziriam um lote de peças (idêntico ao anterior) em $6$ dias.

## Exemplo 5

Um empreiteiro prevê que determinada obra poderá ser realizada em $35$ dias, empregando $20$ operários, porém só conseguiu contratar $14$ homens para esse serviço. Com esse grupo reduzido de trabalhadores, qual será a nova previsão de dias necessários para a realização dessa mesma obra?

**Solução**

**1º. passo:** Organizar em um quadro de comparação das grandezas.

| Tempo (dias) | Operários |
|---|---|
| $35$ | $20$ |
| $x$ | $14$ |

**2º. passo:** Analisar a variação das grandezas, indicando o sentido dessa variação.

| (+) | Tempo (dias) | Operários | (–) |
|---|---|---|---|
| | $35$ | $20$ | |
| (–) | $x$ | $14$ | (+) |

Se o número de operários diminui, o número de dias para realizar a mesma obra aumenta. Logo, as grandezas são inversamente proporcionais.

**3º. passo**: Escrever e resolver uma proporção com os dados.

Invertendo a segunda razão, a proporção formada será $\frac{35}{x} = \frac{14}{20}$ (Eq. 05)

Aplicando a propriedade fundamental das proporções, temos:

$$14 \cdot x = 20 \cdot 35 \Rightarrow 14x = 700 \Rightarrow x = 700 \div 14 \Rightarrow x = 500$$

**4º. passo:** Elaborar uma resposta para o que se pede no problema.

**Resposta:** Catorze operários fariam a mesma obra em $50$ dias.

## Exemplo 6

No refeitório de uma empresa, foi previsto um estoque de alimentos para durar $30$ dias para as refeições de seus $40$ funcionários. Após quantos dias terão que fazer reposição de estoque se, em um determinado mês, foram contratados mais $8$ novos funcionários?

**Solução**

Veja que a quantidade de funcionários passa de $40$ para $48$.

**1º. passo:** Organizar em um quadro de comparação das grandezas.

| Tempo (dias) | Funcionários |
|---|---|
| $30$ | $40$ |
| $x$ | $48$ |

**2º. passo:** Analisar a variação das grandezas, indicando o sentido dessa variação.

| (+) | Tempo (dias) | Funcionários | (–) |
|---|---|---|---|
| | $30$ | $40$ | |
| (–) | $x$ | $48$ | (+) |

Se o número de operários aumenta, o número de dias de duração do estoque diminui. Logo as grandezas são inversamente proporcionais.

**3º. passo:** Escrever e resolver uma proporção com os dados.

Invertendo a segunda razão, a proporção formada será $\frac{30}{x} = \frac{48}{40}$ (Eq. 06)

Aplicando a propriedade fundamental das proporções, temos:

$$48 \cdot x = 30 \cdot 40 \Rightarrow 48x = 1\ 200 \Rightarrow x = 1\ 200 \div 48 \Rightarrow x = 25$$

**4º. passo:** Elaborar uma resposta para o que se pede no problema.

**Resposta:** Com a contratação de $8$ novos operários, o estoque de alimentos do refeitório só durará $25$ dias.

## Praticando... 2

**1.** A uma velocidade média de $64 \text{ km/h}$, um automóvel fez, em $5$ horas, o percurso entra as cidades A e B. Qual seria o tempo gasto se a velocidade média do veículo nesse percurso fosse igual a $80 \text{ km/h}$?

**2.** O estoque de ração de uma avicultura é sempre abastecido com a mesma quantidade de ração a cada $15$ dias. Essa quantidade de alimento é suficiente para alimentar, por todo período, suas $600$ aves. Se fossem adquiridas mais $300$ aves, essa mesma quantidade de alimento duraria quantos dias?

**3.** Uma empreiteira contratou $24$ homens para realizar uma obra que, segundo previsão da própria empresa, seria concluída em $15$ dias. Antes do início da obra, $4$ homens desistiram. A previsão do novo prazo de realização da obra passa a ser de quantos dias?

## Responda aqui

E nos problemas com três ou mais grandezas, como é feita essa classificação?

Nesse caso, comparamos essas grandezas duas a duas, e esse é o assunto que veremos a seguir.

## Regra de Três Composta

Como já foi dito antes, na **regra de três composta** ocorrem três ou mais grandezas relacionadas entre si.

Nesse caso, em apenas uma grandeza é dado um valor conhecido e para as demais grandezas são dados dois valores. Na resolução desse tipo de situação-problema, vamos utilizar um método semelhante ao utilizado na resolução de regras de três simples.

### Exemplo 7

Trabalhando $8$ horas por dia, durante $12$ dias, $30$ operários produzem $1\ 000$ unidades de determinado eletrodoméstico. Quantos dias serão necessários para que $48$ operários, trabalhando $6$ horas por dia, produzam $1\ 200$ unidades desse mesmo produto?

**Solução**

**1º. passo:** Organizar os pares de valores de cada grandeza

| Horas/dia | Dias | Operários | Produção (unidades) |
|---|---|---|---|
| $8$ | $12$ | $30$ | $1\ 000$ |
| $6$ | $x$ | $48$ | $1\ 200$ |

**2º. passo:** Identificar as grandezas em inversamente ou diretamente proporcionais. A indicação das setas será feita comparando-se cada uma das grandezas com a que apresenta o termo desconhecido. Observamos a variação de cada par de grandezas, considerando que as demais grandezas permanecem inalteradas.

**a) Comparando horas por dia e dias:**

Se o número de horas por dia de trabalho diminui, devemos trabalhar um número maior de dias para realizar o mesmo trabalho. Ou seja, essas grandezas são inversamente proporcionais. Assim, as setas apontam para direções opostas.

| | |
|---|---|
| **8 horas/dia**<br>**6 horas/dia** | **12 dias**<br>$x$ |
| Diminui | Aumenta |

**b) Comparando operários e dias:**

Se o número de operários aumenta, podemos diminuir o número de dias para realizar um trabalho. Ou seja, essas duas grandezas são inversamente proporcionais. Assim, as setas apontam em direções opostas.

| | |
|---|---|
| **30 operários**<br>**48 operários** | **12 dias**<br>$x$ |
| Aumenta | Diminui |

**c) Comparando produção e dias:**

Quando o número de unidades a serem produzidas aumenta, precisamos de mais dias para essa produção. Por isso, as grandezas *produção* e *dias* são diretamente proporcionais. Assim, as setas apontam para a mesma direção.

| | |
|---|---|
| **1 000 unid.**<br>**1 200 unid.** | **12 dias**<br>$x$ |
| Aumenta | Aumenta |

**3º. passo:** Construir a esquematização geral dos dados e realizar a inversão dos pares identificados como inversamente proporcionais.

A partir da seta da grandeza que tem o valor desconhecido (neste caso, dias), colocaremos as setas das demais grandezas. Quando as grandezas comparadas são diretamente proporcionais, as setas indicam a mesma direção ou, caso as grandezas envolvidas sejam inversamente proporcionais, as setas apresentadas indicam direções opostas. Lembre-se de que, nesse exemplo, somente as grandezas **'operários' e 'produção'** são grandezas diretamente proporcionais.

| Horas/dia | Dias | Operários | Produção (unidades) |
|---|---|---|---|
| 8 | 12 | 30 | 1 000 |
| 6 | $x$ | 48 | 1 200 |
| Diminui | Aumenta | Diminui | Aumenta |

Invertendo as razões das grandezas inversamente proporcionais à grandeza 'dias', que são as grandezas 'horas/dia' e 'operários', obtemos:

| Horas/dia | Dias | Operários | Produção (unidades) |
|---|---|---|---|
| 6 | 12 | 48 | 1 000 |
| 8 | $x$ | 30 | 1 200 |

**4º. passo:** Montar a proporção e calcular o valor desconhecido

A solução por esse processo é a proporção obtida da igualdade entre a razão que apresenta o valor desconhecido e o produto das demais razões (após a inversão das que apresentam grandezas inversamente proporcionais a que apresenta o $x$). Observe:

$$\frac{12}{x} = \frac{6}{8} \cdot \frac{48}{30} \cdot \frac{1\,000}{1\,200} \qquad \text{(Eq. 07)}$$

ou

$$\frac{12}{x} = \frac{6 \cdot 48 \cdot 1\,000}{8 \cdot 30 \cdot 1\,200}$$

Invertendo as razões, temos:

$$\frac{x}{12} = \frac{8 \cdot 30 \cdot 1\,200}{6 \cdot 48 \cdot 1\,000}$$

Isolando o valor de x, temos:

$$x = \frac{12 \cdot 8 \cdot 30 \cdot 1\,200}{6 \cdot 48 \cdot 1\,000}$$

Resolvendo os produtos e simplificando-os por 1 000, obtemos:

$$x = \frac{3\,456\,000}{288\,000} \Rightarrow x = \frac{3\,456}{288} \Rightarrow x = 12$$

**Resposta:** Seriam necessários 12 dias, nessas condições, para realizar o mesmo trabalho.

Observe a aplicação desse processo de resolução, nos exemplos a seguir:

## Exemplo 8

Se $20$ homens, trabalhando durante $15$ dias, constroem $500\ \mathrm{m}$ de uma estrada, quantos homens seriam necessários para construir $900$ metros dessa estrada em $30$ dias?

**Solução**

**1º. passo:**

| Homens/dia | Dias | Metros de uma Estrada |
|---|---|---|
| $20$ | $15$ | $500$ |
| $x$ | $30$ | $900$ |

**2º. passo:**

| Homens/dia | Dias | Metros de uma Estrada |
|---|---|---|
| $20$ ↑ | $15$ ↓ | $500$ |
| $x$ | $30$ | $900$ |

**3º. passo:**

| | | |
|---|---|---|
| $20$ ↑ | $30$ ↑ | $500$ ↑ |
| $x$ | $15$ | $900$ |

**4º. passo:**

$$\frac{20}{x} = \frac{30}{15} \cdot \frac{500}{900} \qquad \text{(Eq. 08)}$$

$$\frac{20}{x} = \frac{30 \cdot 500}{15 \cdot 900} \Rightarrow \frac{20}{x} = \frac{15\ 000}{13\ 500} \Rightarrow \frac{x}{20} = \frac{13\ 500}{15\ 000} \Rightarrow x \cdot (15\ 000) = 20 \cdot (13\ 500)$$

$$\Rightarrow 15\ 000x = 270\ 000 \Rightarrow x = \frac{270\ 000}{15\ 000} \Rightarrow x = 18$$

**Resposta:** São necessários $18$ homens para fazer esse trabalho.

## Exemplo 9

Na alimentação de $2$ bois, durante $8$ dias, são consumidos $2\ 420$ kg de ração. Qual a quantidade de ração que seria necessária para alimentar $5$ bois, durante $12$ dias?

**Solução**

**1º. passo:**

| Bois | Dias | kg de ração |
|---|---|---|
| $2$ | $8$ | $2420$ |
| $5$ | $12$ | $x$ |

**2º. passo:**

| Bois | Dias | kg de ração |
|---|---|---|
| 2 | 8 | 2 420 |
| 5 | 12 | $x$ |

**3º. passo:**

| | | |
|---|---|---|
| 2 | 8 | 2 420 |
| 5 | 12 | $x$ |

**4º. passo:**

$$\frac{2\,420}{x} = \frac{8}{12} \cdot \frac{2}{5} \qquad \text{(Eq. 09)}$$

Efetuando o produto entre as razões: $\dfrac{2\,420}{x} = \dfrac{16}{60}$

Aplicando a propriedade fundamental das proporções, temos:

$$16 \cdot x = 60 \cdot (2\,420) \Rightarrow 16x = 145\,200 \Rightarrow x = \frac{145\,200}{16} \Rightarrow x = 9\,075$$

**Resposta:** São necessários $9\ 075$ $kg$ de ração.

## Praticando... 3

**1.** Na perfuração de um poço de $160$ m de profundidade, $40$ operários de uma construtora levaram $21$ dias. Para a perfuração de um poço de $200$ metros, a construtora contratou $30$ operários. Em quantos dias essa segunda equipe terá concluído esse outro poço?

**2.** Quinze pedreiros realizam uma obra em $10$ dias, trabalhando 8 horas por dia. Quantos dias $20$ pedreiros, trabalhando $4$ horas por dia, levariam para realizar a mesma obra?

**3.** Em $6$ dias de trabalho, $12$ confeiteiros fazem $90$ tortas. Para fazer $40$ tortas, $4$ confeiteiros levariam quantos dias?

**4.** Um trabalhador autônomo fabrica $50$ objetos em $3$ dias, trabalhando $2$ horas por dia. Quantas horas por dia deve trabalhar para fabricar $100$ objetos do mesmo tipo em $4$ dias?

**Responda aqui**

# Aplicações do estudo de regra de três

## Porcentagem

Muitas vezes, ouvimos expressões como: “o índice de reajuste da categoria é de $12{,}5\%$”, “desconto de até $50\%$ na semana do Natal”, “a inflação de junho foi de 0,25%” e “os preços subiram em média $0{,}32\%$”.

Todas essas expressões envolvem um conceito denominado **porcentagem** (ou percentagem).

Utilizar o conceito de porcentagem é comparar duas razões em uma proporção direta, em que uma das razões tem conseqüente igual a $100$ e, entre os outros três termos, um é desconhecido. Na verdade, resolver um problema de porcentagem é partir da seguinte regra de três:

| Valor absoluto | Valor percentual |
|---|---|
| $A$ | $C$ |
| $B$ | $100$ |

Sendo $A$ e $B$ valores absolutos de uma parte e do todo, respectivamente, a ser estudado, e $C$, o valor percentual correspondente à parte $A$.

Como já foi dito anteriormente, a proporção é direta, ou seja, podemos formar diretamente a proporção $\frac{A}{B} = \frac{C}{100}$ , que podemos descrever como 'a parte $A$ está para o todo $B$ assim como a porcentagem $C$ está para $100\%$'.

Que tal alguns exemplos?

## Exemplo 10

**a)** Calcular $20\%$ de $130$.

Calcular $20\%$ de $130$ equivale a determinar o valor $x$ *que está para 130*, assim como $20$ está para $100$. Ou seja,

| Valor absoluto | Valor percentual |
|---|---|
| $x$ | $20$ |
| $130$ | $100$ |

Assim, podemos formar a proporção: $\frac{x}{130} = \frac{20}{100}$ (Eq. 10)

$$100 \cdot x = 130 \cdot 20 \Rightarrow 100x = 2\,600 \Rightarrow x = \frac{2\,600}{100} \Rightarrow x = 26$$

Aplicando a propriedade fundamental das proporções, temos:

**Resposta:** O valor procurado é $26$.

## Exemplo 11

O valor $28$ representa qual porcentagem de $200$?

| Valor absoluto | Valor percentual |
|---|---|
| $28$ | $x$ |
| $200$ | $100$ |

Podemos formar a seguinte proporção:

$$\frac{28}{200} = \frac{x}{100} \qquad \text{(Eq. 11)}$$

Com a aplicação da propriedade fundamental das proporções, teremos:

$$200 \cdot x = 100 \cdot 28 \Rightarrow 200x = 2\ 800 \Rightarrow x = \frac{2\ 800}{200} \Rightarrow x = 14$$

**Resposta:** O valor procurado é $14$.

## Exemplo 12

De qual quantia R\$ $15{,}00$ representa $8\%$?

$$\frac{15}{x} = \frac{8}{100} \qquad \text{(Eq. 12)}$$

$$8 \cdot x = 15 \cdot 100 \Rightarrow 8x = 1\ 500 \Rightarrow x = \frac{1\ 500}{8} \Rightarrow x = 187,50$$

**Resposta:** R\$ $15{,}00$ equivale a 8% de R\$ $187{,}50$.

Lembre que o cálculo percentual não é resolvido apenas pelo processo da regra de três.

Se você já resolveu todas as atividades e já conferiu seus cálculos, resolva a lista de exercícios a seguir:

**1)** Um trem percorre $120\ \text{km}$ em $3\text{h}$. Para percorrer $200\ \text{km}$, mantendo a mesma velocidade média, esse trem levará:

**a)** $4$ horas. **b)** $4$ horas e $30$ minutos. **c)** $5$ horas. **d)** $5$ horas e meia.

**2)** Se um automóvel faz $60\ \text{km}$ com $5$ litros de gasolina, a quantidade de litros de gasolina que esse automóvel gastaria para percorrer $180\ \text{km}$, nas mesmas condições, é de:

**a)** $9$ litros. **b)** $12$ litros. **c)** $14$ litros. **d)** $15$ litros.

**3)** Um ônibus com velocidade média de $60\ \text{km/h}$ percorre a distância entre duas cidades em $4\text{h}$. O tempo que esse veículo levará para percorrer a mesma distância, se aumentar a velocidade média para $80\ \text{km/h}$, será:

**a)** $1$ hora e 30 minutos. **b)** $2$ horas. **c)** $2$ horas e $20$ minutos. **d)** $3$ horas.

**4)** Num livro de $270$ páginas, há $40$ linhas em cada página. O número de páginas que o livro teria, se houvesse $45$ linhas por páginas, seria igual a:

**a)** $280$. **b)** $240$. **c)** $230$. **d)** $210$.

**5)** Se $10$ pedreiros levam $60$ dias para construir uma casa, o tempo que $6$ pedreiros levariam para construir uma casa idêntica seria de:

**a)** $100$ dias. **c)** $120$ dias. **d)** $150$ dias. **e)** $180$ dias.

**6)** Trinta operários construíram $600\ \text{m}$ de uma ponte, trabalhando $8$ horas por dia, durante $20$ dias. O tempo com que, nas mesmas condições, $50$ operários, trabalhando $6$ horas por dia, construiriam $1\ 200\ \text{m}$ de ponte, é de:

**a)** $32$ dias. **b)** $31$ dias. **c)** $29$ dias. **d)** $27$ dias.

**7)** Em uma locadora de automóveis, oito carros iguais consomem $100$ litros de gasolina, em cinco dias. Quantos carros, idênticos aos primeiros, consomem $500$ litros, em $10$ dias?

**a)** $19$. **b)** $20$. **c)** $22$. **d)** $23$.

**8)** Que quantia corresponde a $30\%$ de R\$ $180{,}00$?

**a)** R\$ $27{,}00$. **b)** R\$ $48{,}40$. **c)** R\$ $54{,}00$. **d)** R\$ $64{,}40$.

# Leitura complementar

SÓ MATEMÁTICA. Disponível em: <www.somatematica.com.br>. Acesso em: 20 jun. 2008.

Entre os vários tópicos encontrados no site Só Matemática, você encontrará um resumo sobre regra de três simples e regra de três composta. Basta se cadastrar para ter livre acesso ao conteúdo.

## Resumo

Nesta aula, perpassamos pelos conceitos de regra de três (simples e composta); identificamos regra de três simples; percebemos a diferença entre direta e inversa, bem como resolvemos cada um dos tipos, com estas envolvidas. Também verificamos possibilidades envolvendo regra de três composta, com três ou quatro grandezas. E introduzimos um breve estudo sobre porcentagem, aplicando àquilo que estudamos em regra de três.

## Auto-avaliação

**1.** Relacione os itens da primeira coluna com os da segunda:

**a)** Processo de resolução de problemas onde se tem pares de valores para cada uma das grandezas envolvidas e apenas um desses valores é desconhecido.

**b)** Apenas duas grandezas estão envolvidas e uma é inversamente proporcional a outra.

**c)** Processo de resolução de problemas onde se têm três ou mais grandezas envolvidas.

**d)** Apenas duas grandezas estão envolvidas e uma é diretamente proporcional a que apresenta o valor desconhecido.

( ) é chamado de regra de três composta.
( ) é chamado de regra de três simples direta.
( ) é chamado de regra de três.
( ) é chamado de regra de três simples inversa.

**2.** Assinale verdadeiro (V) ou falso (F), nas afirmativas a seguir:

**a.** $20\%$ de $1\ 900$ é $38$ . (   )

**b.** Se dois operários pintam uma sala em três dias, três operários fariam o mesmo serviço em quatro dias e meio. (   )

**c.** Três cavalos bebem $40$ litros de água em dois dias. Nessas condições, em três dias, cinco cavalos beberiam $100$ litros de água. (   )

## Para Consulta

### Regra de três simples

Processo prático de resolução de problemas que envolvem três valores conhecidos e um desconhecido. Dois desses valores se referem a uma mesma grandeza. Através desse processo, determina-se um valor a partir dos outros três.

### Etapas desse processo de resolução:

**1º. passo:** organização dos dados e construção de um quadro de comparação das grandezas;

**2º. passo:** análise da variação de uma grandeza em relação à outra, indicando o sentido dessa variação;

**3º. passo:** escrever e resolver uma proporção com os dados;

**4º. passo:** elaborar uma resposta, a partir do que se pede no problema.

### Regra de três simples direta

Envolve duas grandezas diretamente proporcionais. As setas indicativas apontam para a mesma direção. A resolução é a partir da proporção formada **diretamente** das razões que formamos em cada grandeza, no quadro de comparação de grandezas.

### Regra de três simples inversa

Envolve duas grandezas inversamente proporcionais. As setas indicativas apontam para direções opostas. A resolução é a partir da proporção formada após a inversão de uma das razões que formamos em cada grandeza, no quadro de comparação de grandezas.

**Regra de três composta**

Envolve três grandezas ou mais. Comparada àquela que apresenta o valor desconhecido, as demais grandezas podem ser diretamente ou inversamente proporcionais.

**Etapas desse processo de resolução:**

**1º. passo:** construir um quadro com os dados do problema, apresentando os valores de cada grandeza em colunas e, em cada linha, os elementos de grandezas diferentes que se correspondem;

**2º. passo:** identificar os tipos de variação de uma grandeza em relação à outra, comparando sempre a grandeza que apresenta o valor desconhecido com uma outra. Repetir essa comparação até que todas as grandezas sejam identificadas como diretamente ou inversamente proporcionais em relação à grandeza que apresenta o valor desconhecido;

**3º. passo:** inverter as razões das grandezas inversamente proporcionais àquela que apresenta o valor desconhecido. Construir e resolver a proporção formada pela igualdade entre a razão que contém o valor desconhecido e a formada pelo produto das outras razões;

| Valor absoluto | Valor percentual |
|---|---|
| A | C |
| B | 100 |

**4º. passo:** elaborar uma resposta, de acordo com o que se pede no problema.

**Porcentagem:**

$\frac{A}{B} = \frac{C}{100}$, onde $A$, $B$ e $C$ são números diferentes de zero e um desses valores é desconhecido.

**Respostas das Atividades:**

**Atividade 1:**

**1.** Por $45$ dias de trabalho, o operário receberá R$ $2\ 070{,}00$.

**2.** São necessários $280$ kg.

**3.** Nessas condições, seriam produzidas $9\ 000$ peças.

**Atividade 2:**

**1.** O mesmo percurso seria feito em $4$h.

**2.** Durariam $30$ dias.

**3.** O novo prazo seria de $18$ dias.

**Atividade 3:**

**1.** A segunda equipe terá concluído em $35$ dias.

**2.** Levariam $15$ dias.

**3.** Levariam $8$ dias.

**4.** Deve trabalhar $3$ horas por dia.

**Respostas dos Exercícios**

**1)** $5$ horas.
**2)** $5$ litros.
**3)** $3$ horas.
**4)** $240$.
**5)** $100$ dias.
**6)** $32$ dias.
**7)** $20$.
**8)** R$ $54{,}00$.

**Respostas da Auto-avaliação**

**1.** A ordem da segunda coluna é c, d, a, b.

**2.** F, F, V

**Observe que:**

**(a)** $20\%$ de $1\ 900$ é $380$. (É uma regra de três simples direta)

**(b)** A resposta correta seria $2$ dias. (É uma regra de três simples inversa)

**(c)** Todas as grandezas são diretamente proporcionais entre si.

# Referências

CRESPO, Antônio Arnot. **Matemática comercial e financeira fácil**. 11. ed. São Paulo: Saraiva, 1996.

MERCHEDE, Alberto. **Matemática financeira para concursos**: mais de 1.500 aplicações. São Paulo: Atlas, 2003.

# Anotações

# Anotações